



# 核心素养下“说数学”运用于个别辅导的案例研究<sup>\*</sup>

广东省广州市番禺区亚运城铁中路 2 号广州市铁一中学 511447 钟进均

**【摘要】** 个别辅导是数学教学的常规工作,如何提高个别辅导的效果、促进学生数学素养的提高,很值得研究.论文在概述核心素养和数学核心素养的基础上,运用案例研究法对在个别辅导中实施“说数学”展开了探究,得出了结论“说数学”能促进学生的数学素养水平的提高,“说数学”有助于学生的数学核心素养的达成,“说数学”有助于提高学生的核心素养.

**【关键词】** 核心素养;说数学;个别辅导;案例.

## 1 引言

“任何较为复杂的实践活动都不可能通过简单套用某一现成的理论就可获得成功;恰恰相反,由于对象与情境的多元性与复杂性,所有的实践不可能被完全纳入任何一个固定的理论框架”,“我们应更加重视‘实践性智慧’”,“借助于案例进行思维”,“作为反思性实践者,应当高度重视案例(包括正例和反例)的分析与积累,并能通过案例的比较获得关于如何从事新的实践活动的重要启示”<sup>[1]</sup>.个别辅导是数学教学的常规工作,如何提高个别辅导的效果、促进学生数学素养的提高,很值得研究.因此,本文选取案例研究法对数学个别辅导进行探究.

### 1.1 “说数学”的界定

“说数学”是数学交流中的口头交流形式.“说数学”是指个体用口头表达自己对数学问题的具体认识、理解,解决数学问题的思路、思想和方法以及数学学习情感、体会等的数学学习活动,包括“说知识”、“说过程”、“说异见”和“说体会”等环节.它们分别是指口头表达具体的数学知识,个体解决某数学问题的过程,口头表达个体对数学问题解决的过程和结果的不同看法,个体探究某数学问题后的情感与体会<sup>[2]</sup>.

### 1.2 数学核心素养

“数学核心素养可界定为个体在数学学习实践活动中所形成的、在各种社会生活情境中积极运用数学知识和数学思维分析、解决各种问题,发挥数学应用价值,实现自身与社会持续发展的最基本、最具生长性的相关数学素养.这些素养涉及数学知识、能力、情感、态度、价值观等多个方面”<sup>[3]</sup>.六个数学核

心素养分别是数学交流、数学推理、运算能力、空间观念、数据处理能力、数学建模.“数学交流”是顶层的基础性目标,即学生通过数学学习过程,能够掌握基本的数学符号、语言,并能正确地选择和使用数学符号语言,通过口头、图表或是书面的方式表达自己的想法和观点,并在理解他人观点或是具体问题时应能选择恰当的数学术语、符号、图表等工具进行表征,以及学会倾听来自不同文化背景下的数学思维方式,在理解的基础上对他人观点进行分析与评论,在主动构建论据与他人交流的同时逐步形成批判性思维<sup>[3]</sup>.

## 2 案例描述

我对为一个高三文科班的女学生 L 答疑的情景记忆犹新.我曾任教过女学生 L 的高一数学一年,对她的数学学习情况比较了解.那是高三第二学期的某一个下午的放学时间,女学生 L 拿着她的一份试题来办公室找我,要我给她讲一讲这道题(简称“习题 1”):

设  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 且满足  $\sin A + \sin B = (\cos A + \cos B) \sin C$ .

(I) 求证:  $\triangle ABC$  为直角三角形;

(II) 若  $a + b + c = 1 + \sqrt{2}$ , 求  $\triangle ABC$  面积的最大值.

作为任教理科创新实验班的我,看了题目,马上就说“这题目不难啊.”我拿起笔快速地在草稿纸上进行分析,然后充满自信地写下了解答,具体如下(简称“解法 1”):

解 (I) 因为  $\sin A + \sin B = (\cos A + \cos B) \sin C$ ,

<sup>\*</sup> 注:本文为广州市教育科学“十二五”规划课题《基于认知心理学视角的高中说数学活动案例探究》(课题批准号 1201542650)阶段性研究成果.



由正、余弦定理 得:

$$\text{所以 } a+b = \left( \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc} + \frac{c^2+a^2-b^2}{2ca} \right) \cdot c = \frac{b^2+c^2-a^2}{2b} + \frac{c^2+a^2-b^2}{2a},$$

$$\text{所以 } \frac{b^2-c^2+a^2}{b} = \frac{c^2-a^2-b^2}{a}.$$

$$\text{所以 } ab^2-ac^2+a^3=bc^2-ba^2-b^3.$$

$$\text{所以 } ac^2+bc^2=ab^2+a^2b+a^3+b^3$$

$$=a(a^2+b^2)+b(a^2+b^2)$$

$$=(a+b)(a^2+b^2).$$

$$\text{所以 } (a+b) \cdot (a^2+b^2) = (a+b) \cdot c^2$$

$$\text{因为 } a+b>0, \text{ 所以 } a^2+b^2=c^2.$$

$$\text{所以 } \triangle ABC \text{ 为直角三角形, } \angle C=90^\circ.$$

$$(II) \text{ 因为 } a+b+c=1+\sqrt{2}, a^2+b^2=c^2,$$

$$\text{所以 } 1+\sqrt{2}=a+b+\sqrt{a^2+b^2} \geq 2\sqrt{ab}+\sqrt{2ab} \\ = (2+\sqrt{2})\sqrt{ab},$$

当且仅当  $a=b$  时, 上式等号成立,

$$\text{所以 } \sqrt{ab} \leq \frac{\sqrt{2}}{2}. \text{ 故 } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ab \leq \frac{1}{2} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \\ = \frac{1}{4}, \text{ 即 } \triangle ABC \text{ 面积的最大值为 } \frac{1}{4}.$$

我解答完之后, 主动对女学生 L 说“见到  $\sin A + \sin B = (\cos A + \cos B) \sin C$  就要想到需用正弦定理或者余弦定理, 由于等式两边都有  $\sin A, \sin B, \sin C$ , 故先用正弦定理, 然后用余弦定理将  $\cos A, \cos B$  展开, 那就将这式子全部转化为边长来表示了”. 突然, 女学生 L 问“老师, 没有其它方法了吗?” 我说: “应该没有了!” 她说“老师, 能不能将角进行转化呢?” 我马上充满自信地说“这个等式的两边都是正弦, 肯定是用正弦定理的了. 你觉得将角转化能做得出来吗?” 此时, 学生 L 在草稿纸上独立进行解答, 我继续做我自己的事情. 大约 5 分钟后, 她将解答拿给我看, 说“老师, 我做出来了, 请帮我看行不行?” 她的解答如下(简称“解法 2”):

$$\text{解 因为 } \sin A + \sin B = (\cos A + \cos B) \sin C,$$

$$\text{所以 } \sin A + \sin(A+C) = (\cos A + \cos B) \sin C = \cos A \sin C + \cos B \sin C.$$

$$\text{所以 } \sin A + \sin A \cos C + \cos A \sin C = \cos A \sin C + \cos B \sin C.$$

$$\text{所以 } \sin A + \sin A \cos C = \cos B \sin C.$$

$$\text{所以 } \sin(B+C) + \sin A \cos C = \cos B \sin C,$$

$$\text{即 } \sin B \cos C + \cos B \sin C + \sin A \cos C = \cos B \sin C.$$

$$\text{所以 } \sin B \cos C + \sin A \cos C = 0,$$

$$\text{即 } (\sin B + \sin A) \cos C = 0.$$

$$\text{因为 } A, B \in (0, \pi),$$

$$\text{所以 } \sin B + \sin A \neq 0.$$

$$\text{所以 } \cos C = 0.$$

$$\text{所以 } C = 90^\circ.$$

看到她的解答, 我很吃惊, 想不到将角进行转化真的能做得出来. 此时, 我看完解法 2 后马上说“真的可以哦! 你很厉害啊! 我刚才的想法是错误的!” 凭我的工作经验, 我觉得这是一个“说数学”的好机会, 让这个两年前我任教过的学生“说数学”. 我对学生 L 说“你的解答很好! 你能告诉我这道题考查什么知识吗?” (“说知识”) 学生 L 看着解答说“如果用你的做法来做第(1)小题, 那就考查余弦定理、正弦定理, 第(2)小题考查基本不等式, 求三角形的面积的最值.” “对, 很好! 你现在看来, 这道题的解答步骤是怎么样的?” 我继续问. 学生 L 看着解答, 不是很顺畅地说“我认为, 第一步是, 看到题目的条件之后, 要选择到底要用正弦定理, 还是用余弦定理; 第二步是, 将题目条件的  $\sin A + \sin B = (\cos A + \cos B) \sin C$  化简; 第三步是, 想办法得到有一个内角是  $90^\circ$  或者边长符合勾股定理. 第(2)问呢? 是求面积的最大值, 肯定先要将面积表示出来, 那就用  $S = \frac{1}{2}ab \sin C = \frac{1}{2}ac \sin B = \frac{1}{2}bc \sin A$  了.” 接着我说“说得很好的! 不过我觉得思路上可以更加优化. 我们审题时, 要将题目条件和问题联系起来. 就第(1)小题来说, 我们应先看问题: 证明  $\triangle ABC$  为直角三角形. 要证明一个三角形是直角三角形, 其方法有两种: 一是证明其中一个内角是直角, 二是证明其边长符合勾股定理逆定理. 这时候, 再看题目条件适合我们选择哪一种方法.” 学生 L 满意地点头. 我接着再问“你自己在之前做这道题时, 遇到了什么困难哪?” (“说体会”) 学生 L 害羞地说“我平时做三角解答题, 在选择用正弦定理还是余弦定理上不熟练, 有时也会计算出错. 对于这道题的第(2)小问, 我完全不知道如何入手, 无法将  $S = \frac{1}{2}ab \sin C$  和  $a+b+c = 1+\sqrt{2}$  联系起来, 卡住了.” 我追问学生 L: “你现在对这习题的解题思路 and 具体解答清楚了吗? 还有什么不懂的吗?” 学生 L 回答“没有了. 老师, 我觉得我刚刚做的将角转化的解法好像有一个规律. 我想说一说, 你看对不对?” 我马上赞许地回答“好啊. 你说吧.” 她很高兴地说“ $\sin A + \sin B = (\cos A + \cos B) \sin C$  有三个角, 我觉得就是要将其中一个消





在上述案例中,学生L在看了我的现场解答之后,在我的引导下“说数学”,反应很敏捷,口头表达顺畅且有条理,准确性高,思维活跃.这充分表明学生L对习题1在解法1的学习的基础上,有了较深刻的认识.能在很短的时间里想到解法2,这是不容易的.能在我面前流利地“说知识”、“说过程”、“说体会”,说明学生L在数学学习中“敢于交流、懂得交流、善于交流”,具有积极的数学学习情感.数学个别辅导(答疑)较多是“学生问,老师答”,老师给出的往往是书面解答,较少口头解释,极少关注学生的问题解决过程、体会等,至多就是老师谈谈自己是如何想到解题思路的,提醒解题的注意事项.可是,个别辅导应该是师生个体之间交流互动的最佳时机.教师应该把握契机,提高学生的数学交流能力,培养学生的核心素养.这样,才能最大限度地发挥数学教学的育人功能.

#### 4 结束语

基于学生核心素养培养的新一轮课程改革正在拉开帷幕.如何通过数学教学,基于数学学科特点,提高学生的核心素养,值得深入研究.以上基于核心素养视角,采用案例研究法对“说数学”活动展开了探究.数学核心素养到底应如何界定、划分,有哪些培养策略目前学术界还在讨论.以上探讨仅是我在学习、整理了部分文献资料的基础上,结合高三数学复习实践所作的一些思考.从核心素养视角反思、探

究数学教学实践,应是每一个数学教育工作者的义务与责任.面对核心素养培养的教育改革大背景,立足自身的教学实践,应做出怎样的努力,如何更好地迎接、实践和探究新一轮课程改革,值得全体数学教育工作者认真思考.总之,“说”是伴随学生终身的一种交流方式,“说数学”能很好锻炼和提高学生的核心素养.

#### 参考文献

- [1] 郑毓信.课改背景下的数学教育研究[M].上海:上海教育出版社,2012.8:109-111.
- [2] 钟进均.基于语言学视角的“说数学”探究[J].数学通报,2013,52(3):11.
- [3] 李星云.论小学数学核心素养的构建——基于PISA2012的视角[J].课程·教材·教法,2016(5):72-78.
- [4] 郭玉英,姚建欣.基于核心素养学习进阶的科学教学设计[J].课程·教材·教法,2016(11):64-70.
- [5] 何小亚.学生“数学素养”指标的理论分析[J].数学教育学报,2015,24(1):13.
- [6] 林崇德.对未来基础教育的几点思考[J].课程·教材·教法,2016,36(3):3.

作者简介 钟进均(1977—),男,广东茂名人,数学中学高级教师,教育硕士,华南师范大学和广州大学校外研究生导师,广州市名教师,广州市中小学骨干教师,在省级以上刊物公开发表论文40多篇,其中7篇被人大复印资料全文转载,主要从事中学数学教学研究.

## 培育核心素养,寻根教材教学

### ——以2017年安徽省高中数学青年教师优秀课为例

安徽省芜湖市沈巷中学 241012 胡浩

**【摘要】**教育的刚需是教会学生学会如何学习.通过学会如何学习,成为一名终身学习者与受益者.在教学实践中,立足教材,寻根教学,培育学生数学核心素养.从教育理念、教学模式、学习方式、评价形式诸视角,对2017年安徽省高中数学青年教师优秀课评选活动中的几节展示课进行点评,并提出自己的思考.

**【关键词】**核心素养;优秀课;教学模式;学习方式;评价形式

笔者在文[1]中,提出:基于学生,根扎课堂,立足教材,充分挖掘教学内容中的营养成分和教育价值,让数学核心素养落地生根.培育学生的数学核心素养,是每一位数学教育工作者的责任与担当.那么,课堂教学要做哪些变革或创新,才能达到数学核心素养引领下的数学教学要求,实现课程标准倡导

的探究发现、持续发展理念.带着“培育核心素养,寻根教材教学”的教研课题,笔者近期参加了2017年安徽省高中数学青年教师优秀课展示评比活动,观摩了12位选手的优秀课.大会组委会依据协办学校宿州市宿城第一中学的教学进度,从北师大版高中数学教材中确定课题,采用借班上课的形式开展课